

Sygeårsprøve i matematik

Isabella 3.s



Sommer 2025

Tirsdag den 26/8-2025 kl. 8.30-13.30

Lærer: Sheila Mertz-Nielsen

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 3 timer med alle hjælpemidler

Delprøve 1 består af opgave 1-10

Delprøve 2 består af opgave 11-16

Der gives i alt 250 point (120+130), svarende til 10 point per delopgave.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.
- *Notation og layout*
Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*
Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1 – kl. 8.30-10.30

Opgave 1

Reducér udtrykket

$$(x + 2y)^2 - 2y \cdot (y + 2x).$$

Opgave 2

Bestem tallet k , så andengradsligningen

$$4x^2 - 4x + k = 0$$

har netop én løsning.

Opgave 3

I et koordinatsystem i planen er to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 16 \\ k \end{pmatrix},$$

hvor k er en konstant.

Bestem k , så $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er parallelle.

Opgave 4

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^2 \cdot \cos(x), \quad 0 \leq x \leq 2 \cdot \pi.$$

a) Bestem $f'(\pi)$.

Opgave 5

En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 + 10x.$$

Bestem den stamfunktion til f , hvis graf går gennem punktet $P(2, 20)$.

Opgave 6

En parabel er graf for andengradspolynomiet f givet ved

$$f(x) = x^2 + 4x - 5.$$

a) Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt.

b) Bestem en ligning for den tangent til grafen for f , der har en hældning på 10.

Opgave 7

Beregn integralet $\int_0^2 (3x^2 - 10x) dx$.

Opgave 8

En cirkel har centrum i $C(2, 3)$ og radius $r = 5$.

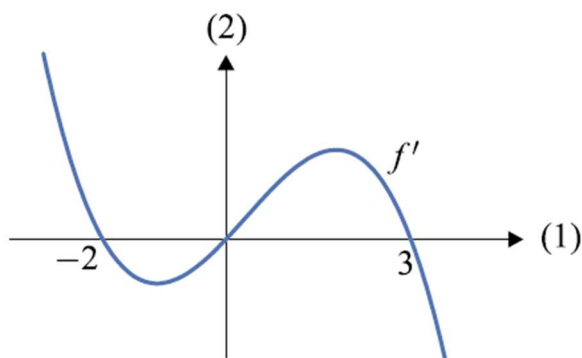
a) Bestem en ligning for cirklen.

Punktet $P(5, 7)$ ligger på cirklen.

b) Bestem en ligning for tangenten til cirklen i punktet P .

Opgave 9

På figuren ses grafen for den afledede funktion f' for en funktion f i intervallet $[-3; 4]$.



a) Bestem monotoniforholdene for funktionen f i intervallet $[-3; 4]$.

Opgave 10

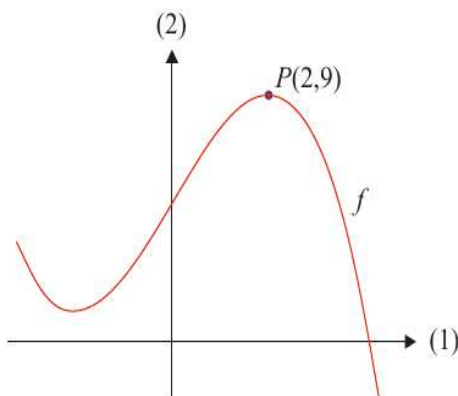
En funktion f er givet ved

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x + 5,$$

hvor a og b er konstanter.

Det oplyses, at f har et lokalt maksimum i $P(2, 9)$.

a) Bestem a og b .



SLUT PÅ DELPRØVE 1

Delprøve 2 – kl. 10.30-13.30

Opgave 11

I en model kan sammenhængen mellem årsindkomsten for en midaldrende mand og mandens forventede levealder beskrives ved

$$f(x) = 83,3 - \frac{16,1}{0,168 + 1,004^x}, \quad 0 \leq x \leq 1500,$$

hvor $f(x)$ betegner forventet levealder (målt i år), og x betegner årsindkomst (målt i tusinde kr.).

- a) Tegn grafen for f , og benyt modellen til at bestemme den forventede levealder for en mand med en årsindkomst på 300 tusinde kr.

Opgave 12

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 8x + 16.$$

- a) Bestem nulpunkterne for f .
b) Bestem monotoniforholdene for f .

Grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen en punktmængde M , der har et areal.

- c) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° omkring førsteaksen.

Opgave 13



Foto: www.colourbox.dk

Tabellen viser sammenhørende værdier for rumfanget af en mands hoved og vægten af hans hjerne.

Rumfang (målt i cm^3)	4512	3738	...	3458	3890
Vægt (målt i gram)	1530	1297	...	1225	1310

(Hele tabellen med alle 57 datapunkter findes i bilaget *Hovedrumfang.xlsx*)

I en model kan sammenhængen beskrives ved

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor $f(x)$ betegner vægt (målt i gram), og x betegner rumfang (målt i cm^3).

a) Benyt regression på tabellens data til at bestemme tallene a og b .

Opgave 14

En linje er givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- Bestem en ligning for linjen.
- Bestem afstanden mellem linjen og punktet $P(4,3)$.
- Bestem den spidse vinkel mellem linjen og førsteaksen.

Opgave 15

En cirkel $\mathcal{C}$ er givet ved ligningen

$$(x+2)^2 + (y-5)^2 = 25,$$

og en linje l er givet ved

$$4x - 3y + k = 0,$$

hvor k er en konstant.

- a) Bestem skæringspunkterne mellem cirklen $\mathcal{C}$ og linjen l , når $k = 23$.

Der er to værdier af k , for hvilke linjen l er tangent til cirklen $\mathcal{C}$.

- b) Bestem de to værdier af k .

Opgave 16

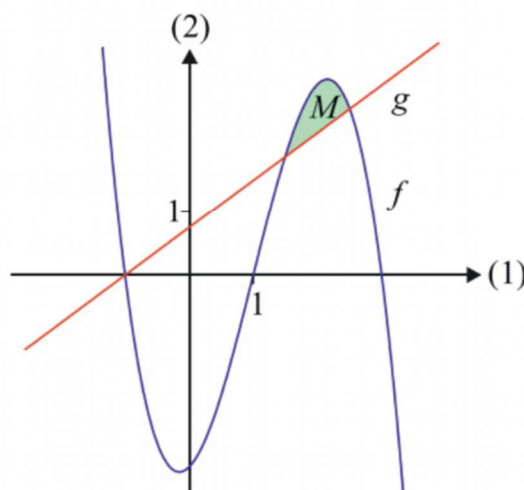
Figuren viser graferne for funktionerne f og g givet ved

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3 \quad \text{og} \quad g(x) = 0,75x + 0,75.$$

- a) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem grafen for f og grafen for g .

De to grafer afgrænser et område M i første kvadrant.

- b) Bestem arealet af M .
c) Bestem omkredsen af M .



SLUT 😊